

TỐI ƯU HÓA DANH MỤC ĐẦU TƯ CHỨNG KHOÁN VỚI RÉNYI ENTROPY TỐI THIỂU

MAI CẨM TÚ

Đại học Kinh tế quốc dân

National Economics University

Email: tumc@neu.edu.vn

Ngày nhận bài: 24/7/2026

Ngày sửa bài: 17/8/2026

Ngày duyệt đăng bài: 27/8/2026

Tóm tắt:

Bài viết xác định tỷ trọng đầu tư từng cổ phiếu trong danh mục đầu tư chứng khoán với mục tiêu tối thiểu rủi ro. Thước đo rủi ro được sử dụng trong bài là Rényi entropy và phương sai truyền thống. Dữ liệu được sử dụng để lựa chọn tỷ trọng của danh mục đầu tư là dữ liệu giá đóng cửa hàng ngày của các mã cổ phiếu được chọn từ ngày 01/01/2021 đến ngày 31/12/2025. Kết quả cho thấy, nhìn chung danh mục đầu tư với Rényi entropy tối thiểu thu được tỷ suất lợi nhuận thực tế sau một tuần, sau một tháng, sau một quý và sau nửa năm đều cao hơn so với danh mục đầu tư với phương sai tối thiểu.

Từ khóa: entropy, danh mục đầu tư, thước đo rủi ro

Stock portfolio optimization using minimum Rényi entropy

Abstract:

This study determines the investment weights of individual stocks in a portfolio with the objective of minimizing risk. The risk measures employed are Rényi entropy and traditional variance. Daily closing prices of selected stocks from January 1, 2021 to December 31, 2025 are used to determine the portfolio weights. The results generally show that the minimum Rényi entropy portfolio achieves higher realized returns than the minimum-variance portfolio over one-week, one-month, one-quarter, and six-month investment horizons.

Keywords: entropy, portfolio, risk measure

1. Đặt vấn đề

Trong lĩnh vực đầu tư nói chung và đầu tư chứng khoán nói riêng, sau khi chọn các cổ phiếu cho một danh mục thì việc xác định tỷ trọng đầu tư cho từng loại cổ phiếu sao cho rủi ro là nhỏ nhất đã trở thành vấn đề quan trọng, đặc biệt là với những nhà đầu tư có vốn lớn. Một cách truyền thống, rủi ro của một danh mục đầu tư thường được đo bởi phương sai của tỷ suất lợi nhuận của danh mục đó. Tuy nhiên, các nghiên cứu của Jagannathan và Ma (2003), Kan và Lassance (2025) và nhiều bài viết khác đều chỉ ra, danh mục với phương sai tối thiểu chỉ thích hợp với phân phối chuẩn và dễ bị ảnh hưởng bởi sai số ước lượng nên trong các nghiên cứu gần đây các tác giả đã sử dụng entropy để đo lường rủi ro của danh mục đầu tư và xây dựng bài toán xác định tỷ trọng đầu tư với entropy tối thiểu.

Entropy là khái niệm được sử dụng trong nhiệt động lực học để đo lường mức độ hỗn loạn của một hệ thống và sự phân tán của năng lượng bên trong hệ thống đó. Sau này entropy được Shannon (1948) sử dụng trong lý thuyết thông tin để chỉ ra, với một bản tin bất kỳ có thể xác định được chứa bao nhiêu đơn vị tin tức. Gần đây entropy còn được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác như sinh học, xã hội học, y học, khoa học máy tính, kinh tế - tài chính,... Trong lĩnh vực đầu tư, Zhou và cộng sự (2013) đã xem xét một số loại entropy và ứng dụng của chúng trong lựa chọn danh mục đầu tư, định giá tài sản, đo lường rủi ro. Tại Việt Nam, các bài viết về ứng dụng entropy trong đầu tư đã được xuất bản từ năm 2017 đến nay và đã kết luận rằng có thể dùng entropy để đo lường độ phân tán của các chuỗi tỷ suất lợi nhuận của cổ phiếu, do đó có thể dùng entropy để xác định tỷ trọng của các cổ phiếu riêng lẻ trong một danh mục đầu tư ở Việt Nam.

Bài viết này sử dụng Shannon entropy và Rényi entropy để đo lường độ phân tán của tỷ suất lợi nhuận của một danh mục đầu tư, từ đó xác định tỷ trọng đầu tư cho từng loại cổ phiếu trong danh mục đó. Để đơn giản và tiết kiệm thời gian tính toán, bài viết xem xét danh mục đầu tư với 3 loại cổ phiếu. Việc xác định tỷ trọng đầu tư của danh mục với nhiều hơn 3 cổ phiếu được tiến hành hoàn toàn tương tự như danh mục với ba cổ phiếu.

2. Tổng quan nghiên cứu

2.1. Cơ sở lý thuyết

Về ứng dụng của entropy ngoài lĩnh vực nhiệt động lực học trước hết phải kể đến bài báo “A mathematical theory of communication” của Shannon (1948). Bài báo đã chỉ ra, thông tin có thể đo được và Shannon entropy chính là đại lượng dùng để chỉ nội dung thông tin trung bình của một thông báo và được sử dụng để mã hóa các tín hiệu truyền tin. Đến năm 1960, trong bài báo “On measures of entropy and information”, Alfred Rényi đã đề xuất thêm một tham số (ký hiệu là α) vào công thức của Shannon để điều chỉnh mức độ nhạy cảm đối với các xác suất khác nhau. Nhờ có tham số biến thiên α , Rényi entropy cho phép các nhà đầu tư tài chính có thể chủ động thu hẹp hoặc phóng đại các vùng rủi ro khác nhau trong phân phối lợi suất của danh mục đầu tư, từ đó mở ra các ứng dụng quan trọng của Rényi entropy trong lĩnh vực đầu tư tài chính.

Nghiên cứu ứng dụng Rényi entropy trong lĩnh vực tài chính có thể kể ra bài viết của Ormos và cộng sự (2014), đã sử dụng Shannon entropy và Rényi entropy trong bài toán định giá tài sản tài chính và chỉ ra, entropy có khả năng giải thích rủi ro của danh mục và phần bù rủi ro của cổ phiếu tốt hơn so với độ lệch chuẩn và hệ số beta. Sheraz và cộng sự (2015) đã sử dụng 4 loại entropy là Shannon entropy, Rényi entropy, Tsallis entropy và entropy xấp xỉ để đo lường tính bất ổn và phi tuyến của thị trường chứng khoán.

Deeva (2017) đã ước lượng Shannon entropy và Rényi entropy cho chuỗi tỷ suất lợi nhuận của 390 cổ phiếu, sau đó so sánh khả năng giải thích của các entropy với hệ số beta và kết luận rằng các entropy có khả năng giải thích tốt hơn so với hệ số beta trong cả 3 trường hợp tần suất theo ngày, tuần và tháng. Như vậy, có thể dùng Rényi entropy để đo lường mức độ rủi ro của các danh mục đầu tư, do đó Mercurio và cộng sự (2020) đã sử dụng Shannon entropy để tối ưu hóa danh mục đầu tư dựa trên dữ liệu giá đóng cửa hàng tuần của 10 cổ phiếu ngẫu nhiên thuộc chỉ số S&P/TSX với ràng buộc lợi nhuận kỳ vọng là 0,0037% và kết luận danh mục với Shannon entropy tối thiểu mang lại lợi nhuận thực tế vượt trội so với danh mục với phương sai tối thiểu. Lassance và Vrins (2021) đã nghiên cứu danh mục đầu tư với Rényi entropy và kết quả ngoài mẫu cho thấy độ đo rủi ro dựa trên Rényi entropy là tiêu chuẩn rủi ro tốt hơn phương sai trong bối cảnh phân bổ tài sản, đặc biệt với α thấp.

Tại Việt Nam, entropy đã được nghiên cứu ứng dụng trong đầu tư chứng khoán để kiểm tra tính hiệu quả thông tin của thị trường, để đo lường độ phức tạp và tính ngẫu nhiên của các chuỗi dữ liệu trên thị trường và đề xuất cho mức độ rủi ro trong đầu tư. Bài viết này chỉ đề cập một số nghiên cứu đã ứng dụng Shannon entropy và Rényi entropy để đặc trưng cho mức độ rủi ro trong đầu tư chứng khoán. Trước tiên là bài viết của Trần Thị Tuấn Anh (2017) đã ước lượng Shannon entropy và tính toán độ lệch chuẩn cho các chỉ số chứng khoán của 6 nước ASIAN-6 và kết luận, có thể sử dụng Shannon entropy để đặc trưng cho mức độ biến động của các chuỗi chỉ số chứng khoán. Bài viết của Mai Cẩm Tú và Nguyễn Hồng Nhật (2021) đã sử dụng Shannon entropy và Rényi entropy bậc 2 để đo lường rủi ro của các cổ phiếu niêm yết trên sở giao dịch chứng khoán Thành phố Hồ Chí Minh (HOSE) và kết luận rằng khả năng giải thích cho tỷ suất sinh lời của cổ phiếu của các entropy tốt hơn hẳn so với hệ số beta. Nổi bật nhất là luận án tiến sĩ của NCS. Nguyễn Thị Thảo (Đại học Kinh tế Quốc dân - bảo vệ năm 2024) đã kết luận danh mục tối ưu được xây dựng theo hướng tiếp cận entropy tỏ ra khá hiệu quả so với danh mục thị trường và khuyến nghị các nhà đầu tư nên cân nhắc bổ sung các phương pháp lựa chọn danh mục theo hướng tiếp cận entropy khi đưa ra quyết định đầu tư. Các nghiên cứu trên đều chỉ ra, có thể sử dụng entropy để đặc trưng cho mức độ rủi ro trong đầu tư chứng khoán ở Việt Nam và từ đó có thể lựa chọn danh mục đầu tư thích hợp nhất.

2.2. Mô hình nghiên cứu

Rényi entropy và độ đo rủi ro dựa trên Rényi entropy

Bài viết ước lượng Rényi entropy của tỷ suất lợi nhuận của một danh mục đầu tư nên chỉ trình bày khái niệm entropy của biến ngẫu nhiên liên tục. Nếu biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất $f(x)$ thì Rényi entropy bậc α của X , kí hiệu là $H_\alpha(X)$, được tính theo công thức sau:

$$H_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \int f(x)^\alpha dx, \quad (1)$$

trong đó $\alpha \geq 0$ và $\alpha \neq 1$. Khi $\alpha \rightarrow 0$ (Hartley entropy) thì entropy chỉ phụ thuộc vào số lượng các sự kiện có xác suất dương và dùng để đo lường độ đa dạng thuần túy. Khi $\alpha \rightarrow +\infty$ (Min-entropy) thì entropy chỉ phụ thuộc vào sự kiện có xác suất lớn nhất nên dùng làm thước đo kịch bản tồi tệ nhất. Với $\alpha \rightarrow 1$ thì Rényi entropy hội tụ về Shannon entropy, $H_1(X) = -\int f(x) \ln f(x) dx$.

Với biến ngẫu nhiên liên tục, Rényi entropy có thể là số âm nên để đo lường cho độ phân tán của biến ngẫu nhiên thì dùng hàm mũ của Rényi entropy, nghĩa là giá trị $H_\alpha^{exp}(X) = \exp(H_\alpha(X))$ chính là độ đo rủi ro dựa trên Rényi entropy.

Bài toán xác định tỷ trọng đầu tư để rủi ro của danh mục đạt tối thiểu

Bài toán xác định tỷ trọng đầu tư của từng cổ phiếu để rủi ro của danh mục đạt tối thiểu là một bài toán cơ bản trong lý thuyết xác suất, trong đó rủi ro được đo bởi phương sai của biến ngẫu nhiên. Giả sử danh mục đầu tư gồm các cổ phiếu $A_1, A_2, \dots, A_n$ ($n \geq 2$) với các chuỗi tỷ suất lợi nhuận tại thời điểm t tương ứng là $R_{1t}, R_{2t}, \dots, R_{nt}$. Khi đó tỷ suất lợi nhuận của danh mục đầu tư, kí hiệu là R_{pt} , được tính theo công thức:

$$R_{pt} = w_1 R_{1t} + w_2 R_{2t} + \dots + w_n R_{nt} \quad (2)$$

trong đó $w_1, w_2, \dots, w_n$ lần lượt là tỷ trọng đầu tư các cổ phiếu $A_1, A_2, \dots, A_n$ và $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Bài viết này sẽ tìm tỷ trọng đầu tư vào các cổ phiếu để rủi ro đạt tối thiểu, trong đó rủi ro được đo bởi hàm mũ của Rényi entropy, nghĩa là tìm $w_1, w_2, \dots, w_n$ sao cho $H_{\alpha}^{exp}(R_{pt})$ bé nhất. Ngoài ra, hàm e^x là hàm tăng nên danh mục đầu tư với Rényi entropy tối thiểu và danh mục đầu tư với rủi ro đo bởi hàm mũ của Rényi entropy tối thiểu là trùng nhau nên sau đây sẽ gọi chung là danh mục đầu tư với Rényi entropy tối thiểu. Tỷ trọng đầu tư của từng cổ phiếu của danh mục đầu tư với phương sai tối thiểu cũng được tính toán để so sánh với trường hợp danh mục đầu tư với Rényi entropy tối thiểu.

2.3. Phương pháp nghiên cứu

2.3.1. Phương pháp ước lượng Rényi entropy

Để ước lượng Rényi entropy của một biến ngẫu nhiên liên tục thì cần ước lượng hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên đó. Giả sử $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ là mẫu cụ thể các giá trị quan sát được của biến ngẫu nhiên liên tục X và $H_{\alpha,n}(X)$ là giá trị ước lượng của $H_{\alpha}(X)$ ứng với mẫu cụ thể đang xét. Kí hiệu $f_n(x)$ là ước lượng hàm mật độ xác suất của X .

Khi đó ước lượng của Rényi entropy được tính theo công thức:

$$H_{\alpha,n}(X) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \int_{\min(x)}^{\max(x)} (f_n(x))^{\alpha} dx, \quad (3)$$

trong đó $\min(x), \max(x)$ lần lượt giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trong mẫu $(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Bài viết này sử dụng phương pháp biểu đồ để ước lượng hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên liên tục X . Trước hết, chia miền xác định các giá trị mẫu $(\min(x), \max(x))$ thành m khoảng có độ rộng bằng nhau và bằng h với các điểm chia là $y_j, j = 0, 1, 2, \dots, m$ với $y_0 = \min(x)$ và $y_m = \max(x)$. Khi đó:

$$h = \frac{\max(x) - \min(x)}{m} = y_{j+1} - y_j. \quad (4)$$

Bài viết sử dụng công thức của Silverman, $h = 1,06sn^{-1/5}$ với s là độ lệch chuẩn mẫu. Trên mỗi khoảng $[y_j, y_{j+1})$ đếm số điểm dữ liệu mẫu và kí hiệu là $v_j, j = 0, 1, 2, \dots, m-1$. Ước lượng hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên X là $f_n(x) = v_j/nh$.

Khi đó công thức ước lượng Shannon entropy và Rényi entropy như sau:

$$H_{1,n}(X) = -\sum_{j=0}^{m-1} \frac{v_j}{n} \ln \left(\frac{v_j}{nh} \right), \quad (5)$$

$$H_{\alpha,n}(X) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \sum_{j=0}^{m-1} h \left(\frac{v_j}{nh} \right)^{\alpha}.$$

Thực tế có những khoảng $[y_j, y_{j+1})$ không chứa giá trị nào của chuỗi số liệu, khi đó $v_j = 0$ và $\ln(0)$ không xác định. Để ước lượng Rényi entropy chúng tôi sử dụng quy ước $0\ln(0) = 0$. Ngoài ra giá trị lớn nhất của chuỗi số liệu để ước lượng các entropy sẽ được tính vào khoảng cuối cùng, nghĩa là $\sum_{j=0}^{m-1} v_j = n$.

2.3.2. Dữ liệu nghiên cứu

Bảng 1. Một số thống kê mô tả của các chuỗi lợi suất

	$R_{\text{BID}} (\%)$	$R_{\text{GAS}} (\%)$	$R_{\text{HPG}} (\%)$
Số quan sát	1246	1246	1246
Trung bình	0,0015	0,0180	0,0639
Độ lệch chuẩn	2,0293	1,8955	2,1466
Hệ số bất đối xứng	-0,5988	-0,1006	-0,0977
Thống kê Jarque-Bera	1116,8231	556,0595	246,7853
$H_{0,2}^{\text{exp}} (X)$	12,7007	11,5537	12,1333
$H_{0,5}^{\text{exp}} (X)$	9,7833	8,9684	9,9859
$H_1^{\text{exp}} (X)$	7,1610	6,5622	7,7201
$H_2^{\text{exp}} (X)$	5,2180	4,6619	5,7964
$H_3^{\text{exp}} (X)$	4,4886	3,8986	5,0742

Nguồn: Tác giả tự tính toán

Bài viết này thu thập dữ liệu mẫu là các chuỗi giá đóng cửa hằng ngày của 3 cổ phiếu BID (Ngân hàng Thương mại cổ phần Đầu tư và Phát triển Việt Nam), GAS (Tổng công ty Khí Việt Nam), HPG (Công ty Cổ phần Tập đoàn Hòa Phát) trong khoảng thời gian 5 năm, từ ngày 01/01/2021 đến ngày 31/12/2025 từ trang investing.com. Đây là 3 cổ phiếu thuộc VN30 với ngành nghề kinh doanh khác nhau và có giá tăng trong khoảng thời gian được đề cập ở trên. Với mỗi chuỗi giá đóng cửa hằng ngày có thể tính toán chuỗi lợi suất tương ứng theo công thức $R_{i,t} = \ln(P_{i,t}/P_{i,t-1}) \times 100 (\%)$, trong đó i biểu thị chuỗi giá cổ phiếu đang dùng để tính lợi suất, $P_{i,t}$ là giá trị của chuỗi giá cổ phiếu thứ i tại thời điểm t . Sử dụng ngôn ngữ lập trình Python để tính toán một số giá trị thống kê mô tả và ước lượng các độ đo rủi ro dựa trên entropy của các chuỗi lợi suất, kết quả được liệt kê trong Bảng 1.

Dựa vào các thống kê mô tả ở Bảng 1 có thể thấy, các chuỗi lợi suất đều có trung bình dương với độ lệch chuẩn lớn hơn trung bình nhiều lần, điều này cho thấy các chuỗi có độ biến động rất lớn. Các chuỗi lợi suất đều có hệ số bất đối xứng âm cho thấy, các chuỗi này đều có phân phối với đuôi lệch trái. Các giá trị thống kê Jarque-Bera rất lớn nên có thể kết luận các chuỗi lợi suất đều không phân phối chuẩn, nghĩa là việc sử dụng phương sai tối thiểu để xác định tỷ trọng đầu tư của các cổ phiếu trong danh mục là không thích hợp. Sắp xếp thứ tự tăng dần độ lệch chuẩn thì thứ tự là GAS, BID, HPG. Thứ tự tăng dần độ rủi ro dựa vào entropy thì trừ trường hợp $\alpha = 0,2$, các trường hợp khác của α đều có thứ tự là GAS, BID, HPG, hoàn toàn giống thứ tự sắp xếp dựa vào độ lệch chuẩn. Điều này cho thấy, việc sử dụng hàm mũ của entropy để đặc trưng cho độ biến động của các chuỗi lợi suất là hợp lý.

3. Kết quả và thảo luận

Sử dụng phương pháp ước lượng Rényi entropy ở trên để ước lượng các entropy của chuỗi lợi suất của danh mục theo công thức (2), $R_{p,t} = w_1 R_{\text{BID},t} + w_2 R_{\text{GAS},t} + w_3 R_{\text{HPG},t}$ với $w_1, w_2, w_3 \in [0;1]$ và $w_1 + w_2 + w_3 = 1$, từ đó tìm được tỷ trọng đầu tư của từng loại cổ phiếu sao cho rủi ro của danh mục là thấp nhất. Kết quả được ghi trong Bảng 2.

Bảng 2. Kết quả tính toán tỷ trọng đầu tư để rủi ro tối thiểu

Cổ phiếu	Danh mục	Phương sai tối thiểu	Rényi entropy tối thiểu				
			$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$
BID		0,323	0,316	0,318	0,363	0,376	0,200
GAS		0,448	0,361	0,363	0,413	0,452	0,452
HPG		0,229	0,323	0,319	0,224	0,172	0,348

Nguồn: Tác giả tự tính toán

Theo kết quả ở Bảng 2 thì cả 6 danh mục đều có tỷ trọng đầu tư cho GAS là cao nhất, kết quả này phù hợp với kết quả ở bảng 1 là theo độ đo rủi ro nào thì GAS cũng là cổ phiếu có rủi ro thấp nhất trong 3 cổ phiếu đang xét.

Sử dụng dữ liệu ngoài mẫu là các chuỗi giá đóng cửa hằng ngày từ ngày 31/12/2025 đến 30/6/2026 của 3 cổ phiếu BID, GAS, HPG để kiểm chứng hiệu quả thực tế của các danh mục đầu tư ở Bảng 2 thì có kết quả ở Bảng 3.

Bảng 3. Tỷ suất lợi nhuận của các danh mục đầu tư (đơn vị: %)

Tỷ suất lợi nhuận	Danh mục	Phương sai tối thiểu	Rényi entropy tối thiểu				
			$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$
Sau 1 tuần		26,4582	24,1487	24,2211	25,8747	26,8886	25,7300
Sau 1 tháng		49,4225	45,5152	45,6438	48,5682	50,3075	47,8033
Sau 1 quý		5,7678	5,2820	5,2912	5,5132	5,7027	5,9991
Sau nửa năm		6,5656	6,1338	6,1559	6,6433	6,8665	5,8849

Nguồn: Tác giả tự tính toán

Theo kết quả ở Bảng 3 có thể thấy danh mục đầu tư với Rényi entropy bậc 2 tối thiểu đem lại tỷ suất lợi nhuận thực tế sau một tuần, sau một tháng và sau nửa năm cao nhất trong 6 danh mục đang xét. Danh mục đầu tư với Rényi entropy bậc 3 tối thiểu đem lại tỷ suất lợi nhuận thực tế cao nhất sau một quý. Nhìn chung các danh mục đầu tư với Rényi entropy bậc 2 tối thiểu đem lại tỷ suất lợi nhuận thực tế cao hơn danh mục đầu tư với phương sai tối thiểu, kết quả này tương tự như kết luận của Lassance và Vrins (2021). Nhìn chung, danh mục đầu tư với Shannon entropy tối thiểu có tỷ suất lợi nhuận thực tế thấp hơn danh mục đầu tư với phương sai tối thiểu, đây là kết luận ngược với kết luận của Mercurio và cộng sự (2020), nguyên nhân có thể do Mercurio và cộng sự đã ràng buộc lợi nhuận kỳ vọng là 0,0037% trong khi bài viết nay không có ràng buộc về lợi nhuận kỳ vọng. Ngoài ra, danh mục đầu tư với Rényi entropy (bậc $\alpha > 1$) tối thiểu đem lại tỷ suất lợi nhuận thực tế cao hơn các danh mục đầu tư với Rényi entropy (bậc $\alpha \leq 1$) tối thiểu nên các nhà đầu tư có thể ưu tiên xem xét các danh mục với Rényi entropy (bậc $\alpha > 1$) tối thiểu trước khi ra quyết định đầu tư.

4. Kết luận

Entropy là thuật ngữ ban đầu được sử dụng trong nhiệt động lực học để đo lường mức độ hỗn loạn của một hệ thống. Sau đó entropy được nghiên cứu mở rộng với nhiều loại entropy khác nhau và được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực như lý thuyết thông tin, sinh học, y học, khoa học máy tính và kinh tế - tài chính. Trong lĩnh vực đầu tư chứng khoán, một nhánh nhỏ của kinh tế - tài chính, entropy được ứng dụng để kiểm chứng tính hiệu quả thông tin của thị trường, đo lường mức độ ngẫu nhiên của các chuỗi chỉ số và đặc trưng cho mức độ biến động của các chuỗi giá chứng khoán, giống như phương sai.

Trên thế giới đã có nhiều bài viết chỉ ra, có thể dùng entropy để đo mức độ biến động của các chuỗi giá và từ đó áp dụng vào bài toán xác định tỷ trọng đầu tư của các cổ phiếu trong một danh mục đầu tư. Các bài viết này đều kết luận các danh mục đầu tư với entropy tối thiểu (Shannon entropy hoặc Rényi entropy) đem lại hiệu suất ngoài mẫu hoặc hiệu suất thực tế cao hơn so với danh mục với phương sai tối thiểu. Bài viết này đã áp dụng phương pháp ước lượng hàm mật độ xác suất theo biểu đồ, từ đó ước lượng Shannon entropy và các Rényi entropy của các danh mục đầu tư và tìm được tỷ trọng đầu tư của 3 cổ phiếu BID, GAS, HPG để các entropy là bé nhất. Theo kết quả tính toán, nhìn chung danh mục đầu tư với Rényi entropy bậc 2 tối thiểu là danh mục đem lại hiệu quả thực tế cao nhất trong các danh mục đang xét. Kết quả từ bài viết này có thể coi như một bằng chứng để khuyến nghị các nhà đầu tư, đặc biệt là các nhà đầu tư tổ chức với vốn lớn có thể quyết định tỷ trọng đầu tư của các tài sản trong danh mục theo hướng danh mục đầu tư với Rényi entropy (bậc $\alpha > 1$) tối thiểu.

Bài viết này đã ước lượng hàm mật độ xác suất, từ đó ước lượng các entropy, bằng cách sử dụng phương pháp biểu đồ là một phương pháp khá đơn giản. Để cải thiện, các nghiên cứu tiếp theo có thể sử dụng phương pháp ước lượng mật độ hạt nhân (KDE) hoặc phương pháp ước lượng hàm mật độ k - NN (k - Nearest Neighbors) để có thể ước lượng được các giá trị entropy chính xác hơn ■

TÀI LIỆU THAM KHẢO:

- Mai Cẩm Tú, Nguyễn Hồng Nhật. (2021). Ứng dụng entropy trong bài toán định giá tài sản tài chính - trường hợp thị trường chứng khoán Việt Nam. Tạp chí Kinh tế và phát triển, 284, 63-70.
- Lassance, N., Vrins, F. (2021). Minimum Rényi entropy portfolios. *Annals of Operations Research*, 299(1), 23-46.
- Mercurio, P.J., Wu, Y. & Xie, W. (2020). An entropy-based approach to portfolio optimization. *Entropy*, 22(3), 332.
- Rényi, A. (1961). On measures of information and entropy. *Proceedings of the fourth Berkeley Symposium on Mathematics, Statistics and Probability*, 1, 574-561.
- Shannon, C.E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27(3), 379-423.